



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## **Výukový materiál zpracován v rámci projektu EU peníze školám**

# **Konstrukční úlohy v planimetrii**

**Mgr. Romana Olšáková, Petr Martiník**

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34. 0418

Číslo klíčové aktivity: III/2

Název klíčové aktivity: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

Číslo materiálu: VY\_42\_INOVACE\_65-96

Datum: 31. 10. 2013

Vzdělávací oblast:	Matematika a její aplikace
Tematická oblast:	Planimetrie
Předmět:	Matematika
Výstižný popis způsobu využití, případně metodické pokyny:	Soubor pracovních listů, jejichž zadání mapuje konstrukční úlohy z planimetrie na šestiletém gymnáziu (nebo příslušných ročnících ZŠ a SŠ). Zadání lze použít pro vyvozování, procvičování, opakování a rozšiřování učiva. Žáci samostatně nebo s učitelem řeší pracovní listy a pro názornost využívají obrázky postupných a interaktivních konstrukcí vytvořených v programu Cabri. Časová náročnost jednotlivých pracovních listů je minimálně 30 minut plus následný rozbor řešení a diskuze.
Klíčová slova:	Množiny bodů dané vlastnosti, konstrukce trojúhelníků a čtyřúhelníků, shodná a podobná zobrazení a jejich užití, stejnolehlost kružnic, praktické úlohy, Cabri
Druh učebního materiálu:	Pracovní sešit a soubory s obrázky úloh v Cabri

*Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Mgr. Romana Olšáková.  
Autorem obrázků v Cabri je Petr Martiník.*

# Obsah

1	Množiny bodů dané vlastnosti – užití základních konstrukcí (VY_42_INOVACE_65).....	5
2	Množiny bodů dané vlastnosti – praktické úlohy (VY_42_INOVACE_66) .....	7
3	Množiny bodů dané vlastnosti – prověření znalostí (VY_42_INOVACE_67) .....	9
4	Množiny bodů dané vlastnosti – Thaletova kružnice (VY_42_INOVACE_68) .....	11
5	Množiny bodů dané vlastnosti – kružnicové oblouky (VY_42_INOVACE_69) .....	13
6	Množiny bodů dané vlastnosti – úlohy k procvičení (VY_42_INOVACE_70) .....	15
7	Množiny bodů dané vlastnosti – prověření znalostí (VY_42_INOVACE_71) .....	17
8	Konstrukce trojúhelníku – základní konstrukce (VY_42_INOVACE_72) .....	19
9	Konstrukce trojúhelníku – výška v zadání (VY_42_INOVACE_73).....	21
10	Konstrukce trojúhelníku – těžnice v zadání (VY_42_INOVACE_74).....	23
11	Konstrukce trojúhelníku – výška a těžnice v zadání (VY_42_INOVACE_75).....	25
12	Konstrukce trojúhelníku – ostatní zadání (VY_42_INOVACE_76) .....	27
13	Konstrukce čtyřúhelníků (VY_42_INOVACE_77).....	29
14	Konstrukce trojúhelníků a čtyřúhelníků – prověření znalostí (VY_42_INOVACE_78).....	31
15	Shodná zobrazení – osová souměrnost (VY_42_INOVACE_79) .....	33
16	Užití shodných zobrazení – osová souměrnost (VY_42_INOVACE_80).....	35
17	Shodná zobrazení – středová souměrnost (VY_42_INOVACE_81).....	37
18	Užití shodných zobrazení – středová souměrnost (VY_42_INOVACE_82).....	39
19	Shodná zobrazení – posunutí (VY_42_INOVACE_83) .....	41
20	Užití shodných zobrazení – posunutí (VY_42_INOVACE_84).....	43
21	Shodná zobrazení – otáčení (VY_42_INOVACE_85) .....	45
22	Užití shodných zobrazení – otáčení (VY_42_INOVACE_86).....	47
23	Užití shodných zobrazení – praktické úlohy (VY_42_INOVACE_87).....	49
24	Užití shodných zobrazení – prověření znalostí (VY_42_INOVACE_88).....	51
25	Podobná zobrazení – stejnolehlost (VY_42_INOVACE_89).....	53

26	Užití podobných zobrazení – stejnolehlost (VY_42_INOVACE_90).....	55
27	Užití podobných zobrazení – konstrukce v omezené nákresně (VY_42_INOVACE_91)...	57
28	Užití podobných zobrazení – stejnolehlost kružnic (VY_42_INOVACE_92).....	59
29	Užití podobných zobrazení – prověření znalostí (VY_42_INOVACE_93) .....	61
30	Konstrukce vybraných Pappových úloh (VY_42_INOVACE_94) .....	63
31	Konstrukce vybraných Apollóniových úloh (VY_42_INOVACE_95).....	65
32	Konstrukční úlohy – souhrnné opakování (VY_42_INOVACE_96).....	67
	Literatura.....	69

# **1 Množiny bodů dané vlastnosti – užití základních konstrukcí (VY\_42\_INOVACE\_65)**

1. Určete množinu středů všech kružnic, které mají daný poloměr  $r$  a procházejí daným bodem  $P$ .
2. Je dána úsečka  $AB$ . Určete množinu všech bodů  $X$ , pro které platí  $|AX| \leq |BX|$ .
3. Určete množinu všech vrcholů  $C$  trojúhelníku  $ABC$ , je-li dána strana  $c$  a  $v_c$ .

- 
4. Určete množinu všech středů kružnic, které se dotýkají dvou daných různoběžek. (Narýsujte alespoň jednu takovou kružnici a vyznačte její poloměr.)

5. Najděte množinu středů kružnic téhož poloměru  $r$ , které se dotýkají dané kružnice  $k$ .

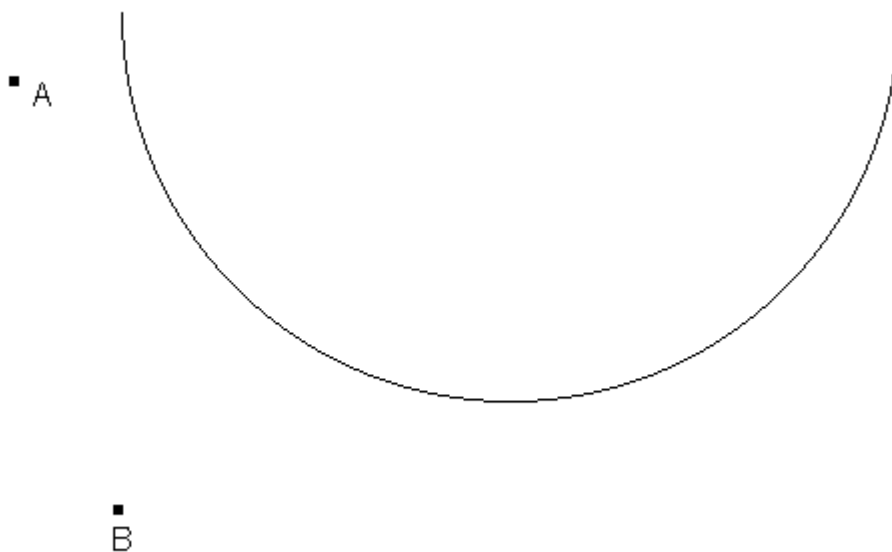
1. Je dána úsečka KL. Určete množinu bodů, které mají od dané úsečky stejnou vzdálenost.
2. Narýsujte čtverec se stranou délky 4 cm. Vyznačte množinu všech jeho bodů (tzn. bodů na stranách čtverce a bodů jeho vnitřní oblasti), které mají od jeho vrcholů vzdálenost menší nebo rovnu 2 cm.

- 
3. Vysílač A má dosah 100 km, vysílač B pouze 60 km. Vzdálenost obou vysílačů je 140 km. Vyznačte plochu, kterou tvoří množina bodů, kde je možné zachytit signál z obou vysílačů. Určete, při jaké podmínce pro dosah vysílačů a jejich vzdálenost taková oblast neexistuje.
4. Dvorek má tvar čtverce ABCD o straně 6 m. Brána přesně uprostřed strany AB měří 2 m a je otevřená. Pes Rex kouše a maminka ho uvazuje na řetěz dlouhý 3 m. Vyznačte množinu bodů, kterým je radno se vyhnout, je-li pes Rex uvázaný v bodě A uvnitř dvorku.



### 3 Množiny bodů dané vlastnosti – prověření znalostí (VY\_42\_INOVACE\_67)

1. Do dané půlkružnice sestrojte trojúhelník KLM tak, aby jeho vrcholy ležely na půlkružnici a body K, L byly stejně vzdáleny od daných bodů A, B a bod M byl zároveň stejně vzdálen od bodů K a L. Použijte přesné geometrické konstrukce bez použití měřítka. Popište slovy postup konstrukce.



2. V trojúhelníku ABC je dána strana c o velikosti 7 cm. Geometricky sestrojte a popište množinu všech těžišť trojúhelníků ABC, má-li jejich výška na stranu c délku 5 cm.

- 
3. Jsou dány dvě rovnoběžky  $a$ ,  $b$  a kružnice  $l$ , která protíná rovnoběžku  $b$ . Sestrojte kružnici, která se dotýká všech tří zadaných objektů.

1. Jsou dány dva různé body A a B. Vyšetřete, co je množinou všech vrcholů pravoúhlých trojúhelníků ABX. Diskutujte všechny možnosti umístění pravého úhlu.
2. V trojúhelníku ABC je dána strana c o velikosti 7 cm. Sestrojte množinu pat všech výšek na stranu a všech takových možných trojúhelníků ABC.

- 
3. Je dána kružnice  $k$  a bod  $A$ . Sestrojte všechny tečny z bodu  $A$  k zadané kružnici, diskutujte všechny možnosti polohy bodu  $A$  vzhledem ke kružnici.
4. Jsou dány body  $M$ ,  $N$ , jejichž vzdálenost je 6 cm. Určete množinu bodů dotyku všech tečen vedených bodem  $N$  ke kružnici se středem  $M$  a poloměrem menším nebo rovným 6 cm.

## **5 Množiny bodů dané vlastnosti – kružnicové oblouky (VY\_42\_INOVACE\_69)**

1. Vyšetřete množinu bodů, z nichž je vidět daná úsečka pod úhlem  $60^\circ$ . Odvoďte základní konstrukci, dokažte.

2. Sestrojte množinu bodů, z nichž je vidět daná úsečka AB o velikosti 5 cm pod úhlem  $55^\circ$ .

## **6 Množiny bodů dané vlastnosti – úlohy k procvičení (VY\_42\_INOVACE\_70)**

1. Sestrojte množinu bodů v rovině, z nichž je vidět pod pravým úhlem:

a) ostroúhlý trojúhelník

b) pravoúhlý trojúhelník

c) tupoúhlý trojúhelník.

- 
2. Sestrojte množinu bodů v rovině, z nichž je vidět daná úsečka  $AB$  o velikosti 4 cm pod úhlem  $\alpha$ , jestliže platí:  $45^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$ .
3. Zlatý plát tvaru pravoúhlého trojúhelníku má být rozdělen na tři pravoúhlé trojúhelníky, kde obsah největšího je roven součtu obsahů dvou menších. Najděte všechny možnosti geometrického rozdělení zlatého plátu.



1. Je dána úsečka AB délky 8 cm. Vyznačte a popište množinu všech vrcholů P pravoúhlých trojúhelníků ABP s přeponou AB, které mají stranu BP délky alespoň 4 cm.
2. Sestrojte a vyznačte množinu všech bodů roviny, z nichž je vidět daná úsečka AB o velikosti 6 cm pod úhlem  $115^\circ$ .

3. Sestrojte množinu všech bodů roviny, z nichž je vidět libovolný ostroúhlý trojúhelník ABC pod úhlem  $60^\circ$ .

## 8 Konstrukce trojúhelníku – základní konstrukce

### (VY\_42\_INOVACE\_72)

1. Sestrojte dle zadání trojúhelníky ABC, proveďte náčrt, запиšte popis konstrukce, proveďte vlastní konstrukci a diskutujte možná řešení.

a)  $a = 8,4 \text{ cm}$ ,  $b = 3,6 \text{ cm}$ ,  $c = 6 \text{ cm}$

b)  $c = 5,1 \text{ cm}$ ,  $a = 3,8 \text{ cm}$ ,  $\beta = 105^\circ$

c)  $a = 3,8 \text{ cm}$ ,  $\beta = 30^\circ$ ,  $\gamma = 105^\circ$

---

d)  $c = 3 \text{ cm}$ ,  $a = 6 \text{ cm}$ ,  $\gamma = 25^\circ$

2. Sestrojte trojúhelník MNO, je-li dáno:  $o = 3 \text{ cm}$ ,  $|\angle MNO| = 35^\circ$ ,  $|\angle MON| = 90^\circ$

## 9 Konstrukce trojúhelníku – výška v zadání (VY\_42\_INOVACE\_73)

Sestrojte dle zadání trojúhelníky ABC, proveďte náčrt, запиšte popis konstrukce, proveďte vlastní konstrukci a diskutujte možná řešení.

1.  $c = 6 \text{ cm}$ ,  $b = 4 \text{ cm}$ ,  $v_a = 3 \text{ cm}$

2.  $a = 5,4 \text{ cm}$ ,  $c = 6 \text{ cm}$ ,  $v_c = 4 \text{ cm}$

3.  $c = 80 \text{ mm}$ ,  $v_a = 74 \text{ mm}$ ,  $v_c = 48 \text{ cm}$

4.  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $v_b = 4 \text{ cm}$ ,  $v_c = 2 \text{ cm}$

## 10 Konstrukce trojúhelníku – těžnice v zadání (VY\_42\_INOVACE\_74)

Sestrojte dle zadání trojúhelníky ABC, proveďte náčrt, запиšte popis konstrukce, proveďte vlastní konstrukci a diskutujte možná řešení.

1.  $c = 5,7 \text{ cm}$ ,  $t_c = 4,7 \text{ cm}$ ,  $b = 4,2 \text{ cm}$

2.  $t_a = 4,5 \text{ cm}$ ,  $t_c = 3 \text{ cm}$ ,  $\gamma = 90^\circ$

3.  $t_a = 3,6 \text{ cm}$ ,  $t_b = 6 \text{ cm}$ ,  $t_c = 4,5 \text{ cm}$



## 11 Konstrukce trojúhelníku – výška a těžnice v zadání (VY\_42\_INOVACE\_75)

Sestrojte dle zadání trojúhelníky ABC, proveďte náčrt, zapište popis konstrukce, proveďte vlastní konstrukci a diskutujte možná řešení.

1.  $c = 5 \text{ cm}$ ,  $v_a = 4 \text{ cm}$ ,  $t_a = 4,3 \text{ cm}$

2.  $a = 4 \text{ cm}$ ,  $t_a = 6 \text{ cm}$ ,  $v_b = 3,6 \text{ cm}$

- 
3.  $\gamma = 90^\circ$ ,  $v_c = 2,4$  cm,  $t_c = 2$  cm

## 12 Konstrukce trojúhelníku – ostatní zadání (VY\_42\_INOVACE\_76)

Sestrojte dle zadání trojúhelníky ABC, proveďte náčrt, запиšte popis konstrukce, proveďte vlastní konstrukci a diskutujte možná řešení.

1.  $b = 5 \text{ cm}$ ,  $\gamma = 115^\circ$ ,  $|B_0C_0| = 4 \text{ cm}$  – střední příčka

2.  $a = 5,8 \text{ cm}$ ,  $v_c = 2 \text{ cm}$ ,  $r = 3 \text{ cm}$  – poloměr kružnice opsané

3.  $c = 10,4 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\rho = 2 \text{ cm}$  – poloměr kružnice vepsané

### 13 Konstrukce čtyřúhelníků (VY\_42\_INOVACE\_77)

Sestrojte dle zadání čtyřúhelníky, proved'te náčrt, запиšte popis konstrukce, proved'te vlastní konstrukci a diskutujte možná řešení.

1. obecný čtyřúhelník ABCD:  $a = 3,5$  cm,  $d = 5$  cm,  $e = 5$  cm,  $f = 7$  cm,  $|\angle BSC| = 68^\circ$

2. lichoběžník ABCD:  $e = 5,5$  cm,  $f = 5$  cm,  $\alpha = 70^\circ$ ,  $\varepsilon = 135^\circ$

---

3. rovnoběžník ABCD:  $e = 5,5 \text{ cm}$ ,  $f = 4 \text{ cm}$ ,  $v_a = 2,2 \text{ cm}$

4. obdélník ABCD:  $a = 7 \text{ cm}$ ,  $r = 4 \text{ cm}$  – poloměr kružnice opsané

5. čtverec ABCD:  $2a + u = 10 \text{ cm}$

## 14 Konstrukce trojúhelníků a čtyřúhelníků – prověření znalostí (VY\_42\_INOVACE\_78)

Sestrojte dané útvary dle zadání, proveďte náčrt, запиšte popis konstrukce, proveďte vlastní konstrukci a diskutujte možná řešení.

1. trojúhelník ABC:  $c = 7 \text{ cm}$ ,  $b = 4,8 \text{ cm}$ ,  $\beta = 30^\circ$

2. trojúhelník ABC:  $a = 3 \text{ cm}$ ,  $c = 5 \text{ cm}$ ,  $v_b = 2,5 \text{ cm}$

3. rovnoběžník ABCD:  $a = 4,5 \text{ cm}$ ,  $b = 3 \text{ cm}$ ,  $v_a = 2,5 \text{ cm}$



## **15 Shodná zobrazení – osová souměrnost**

### **(VY\_42\_INOVACE\_79)**

1. Zobrazte v osové souměrnosti dané osou  $o$ :

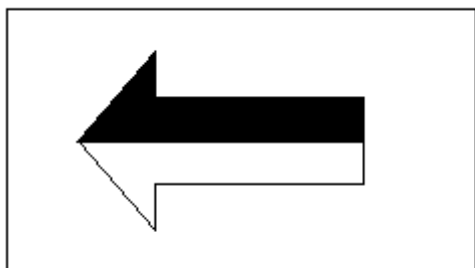
a) bod  $A$ , který ose nenáleží

b) úsečku  $AB$

c) libovolný trojúhelník  $ABC$

d) kružnici k

e) daný obrazec



## 16 Užití shodných zobrazení – osová souměrnost (VY\_42\_INOVACE\_80)

1. Jsou dány přímky  $a$ ,  $b$ ,  $p$ , kde  $a$  je rovnoběžná s  $p$  a  $b$  je různoběžná s  $a$ . Sestrojte všechny rovnostranné trojúhelníky  $ABC$  s vrcholem  $A$  na přímce  $a$ ,  $B$  na přímce  $b$ , jejichž těžnice na stranu  $c$  je částí přímky  $p$ .
2. Sestrojte trojúhelník  $ABC$ , je-li dáno:  $a - b = 4$  cm,  $c = 5,5$  cm,  $\gamma = 45^\circ$ .

3. Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno:  $o = 12 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ$

## **17 Shodná zobrazení – středová souměrnost**

### **(VY\_42\_INOVACE\_81)**

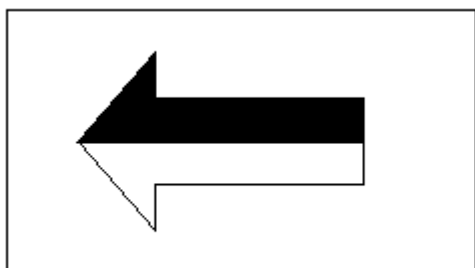
1. Zobrazte ve středové souměrnosti dané středem S:

a) bod A, který je různý od S

b) úsečku AB

c) libovolný trojúhelník ABC

d) daný obrazec



## 18 Užití shodných zobrazení – středová souměrnost (VY\_42\_INOVACE\_82)

1. Jsou dány tři různé geometrické objekty bez společných bodů – přímka  $p$ , bod  $Q$  a kružnice  $k$ . Najděte všechny úsečky  $AB$ , jejichž krajní bod  $A$  náleží kružnici  $k$ , bod  $B$  přímce  $p$  a bod  $Q$  je středem úsečky  $AB$ .
2. Jsou dány dvě různé kružnice, které mají společné body  $P$ ,  $R$ . Sestrojte trojúhelník  $RST$  tak, aby bod  $S$  náležel první kružnici, bod  $T$  druhé a bod  $P$  byl středem strany  $ST$ .

- 
3. Jsou dány tři různé body  $M$ ,  $N$ ,  $S$ , které neleží v přímce. Sestrojte čtverec  $ABCD$  tak, aby přímka  $AB$  procházela bodem  $M$ , bod  $N$  náležel přímce  $CD$  a bod  $S$  byl středem čtverce.



## **19 Shodná zobrazení – posunutí (VY\_42\_INOVACE\_83)**

1. Zobrazte v posunutí daném orientovanou úsečkou XY.

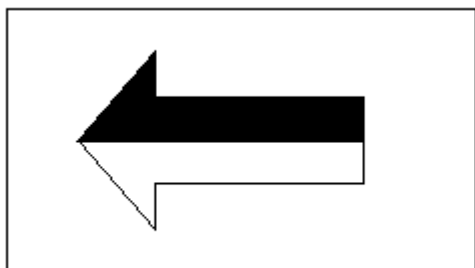
a) bod A, který úsečce nenáleží

b) bod B, který úsečce náleží

c) úsečku AB

d) libovolný trojúhelník ABC

e) daný obrazec



**(VY\_42\_INOVACE\_84)**

1. Jsou dány dvě různoběžky  $a$ ,  $b$  a úsečka  $MN$ . Sestrojte úsečku  $AB$  shodnou a rovnoběžnou s úsečkou  $MN$  tak, aby její krajní body  $A$ ,  $B$  ležely po řadě na přímkách  $a$ ,  $b$ .
2. Jsou dány dvě rovnoběžné přímky  $a$ ,  $b$  a bod  $M$  (uvnitř pásu). Sestrojte kružnici, která se dotýká přímek  $a$ ,  $b$  a prochází daným bodem  $M$ .

- 
3. Je dána kružnice  $k$  se středem  $S$ , poloměrem  $r$  a úsečka  $XY$ . Sestrojte tětivu  $AB$  kružnice  $k$  tak, aby byla rovnoběžná a shodná s úsečkou  $XY$ . Diskutujte vztah velikosti poloměru  $r$  a úsečky  $XY$ .

## **21 Shodná zobrazení – otáčení (VY\_42\_INOVACE\_85)**

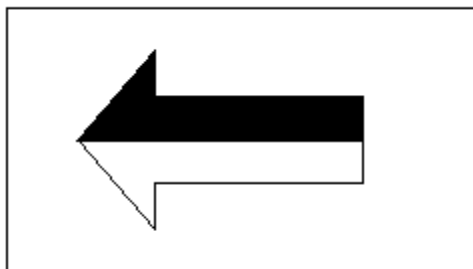
1. Zobrazte v otáčení daném středem otáčení S a orientovaným úhlem  $\alpha = +30^\circ$ .

a) bod A, který je různý od S

b) úsečku AB

c) libovolný trojúhelník ABC

d) daný obrazec



## **22 Užití shodných zobrazení – otáčení**

### **(VY\_42\_INOVACE\_86)**

1. Určete, ve kterém otočení je samodružný:

a) rovnostranný trojúhelník

b) čtverec





1. Jsou dány dva různé body A a B, které leží v jedné polovině určené přímkou p. Na přímce p určete bod X tak, aby délka lomené čáry AXB byla co nejkratší.

2. Na kulečnickovém stole leží dvě koule A a B. Sestrojte dráhu koule A tak, aby se dvakrát odrazila od mantinelu, měla co nejkratší dráhu a trefila se do koule B.

- 
3. Města A a B leží na opačných březích přímé řeky šířky  $d$ . Určete místo vhodné pro stavbu mostu tak, aby vzdálenost z města A do B byla co nejkratší.

1. Jsou dány přímky  $a$ ,  $c$ ,  $p$ , kde  $a$  je rovnoběžná s přímkou  $p$  a přímky  $a$ ,  $c$  jsou různoběžné. Sestrojte čtverec  $ABCD$  s vrcholem  $A$  na přímce  $a$ , vrcholem  $C$  na přímce  $c$ , jehož úhlopříčka  $BD$  je částí přímky  $p$ .
2. Je dán trojúhelník  $ABC$  a jeho vnitřní bod  $M$ . Sestrojte všechny úsečky  $XY$  se středem  $M$  a krajními body  $X$ ,  $Y$  na hranici trojúhelníku.

- 
3. Jsou dány dvě rovnoběžky  $a$ ,  $b$ , prořaté přímkou  $c$ . Sestrojte kružnici, která se dotýká všech tří přímek. Najděte všechna řešení.

## 25 Podobná zobrazení – stejnoolehlost

### (VY\_42\_INOVACE\_89)

1. Zobraďte bod A ve stejnoolehlosti dané středem S a příslušným koeficientem:

a)  $k = 2$

b)  $k = -2$

c)  $k = -\frac{1}{2}$

d)  $k = -\frac{1}{3}$

2. Zobraďte trojúhelník ABC se středem stejnolehlosti v bodě A a koeficientem  $k = \frac{1}{2}$ .

## 26 Užití podobných zobrazení – stejnolehlost

### (VY\_42\_INOVACE\_90)

1. Sestrojte obraz čtverce se stranou 3 cm ve stejnolehlosti se středem v bodě S, který leží ve vnější oblasti čtverce, a koeficientem  $k = -\frac{3}{2}$ .
2. Sestrojte obraz čtverce se stranou 5 cm ve stejnolehlosti se středem v bodě S, který leží uvnitř čtverce, a koeficientem  $k = \frac{1}{3}$ .

3. Je dána kružnice se středem  $S$  a poloměrem  $3,5$  cm a bod  $M$  ve vzdálenosti  $2$  cm od bodu  $S$ . Sestrojte všechny tětiny  $XY$  kružnice  $k$ , které procházejí bodem  $M$  a jsou bodem  $M$  děleny v poměru  $2 : 5$ .



1. Do daného ostroúhlého trojúhelníku ABC vepište čtverec KLMN tak, aby jeho strana KL byla součástí AB, bod M náležel straně BC a bod N náležel straně AC.
2. Spojte bod X, který leží uvnitř ostrého úhlu vymezeného různoběžkami a, b, s „nepřístupným“ průsečíkem těchto dvou různoběžek.

3. V trojúhelníku ABC je „nedostupný“ bod B. Sestrojte střed strany AB.

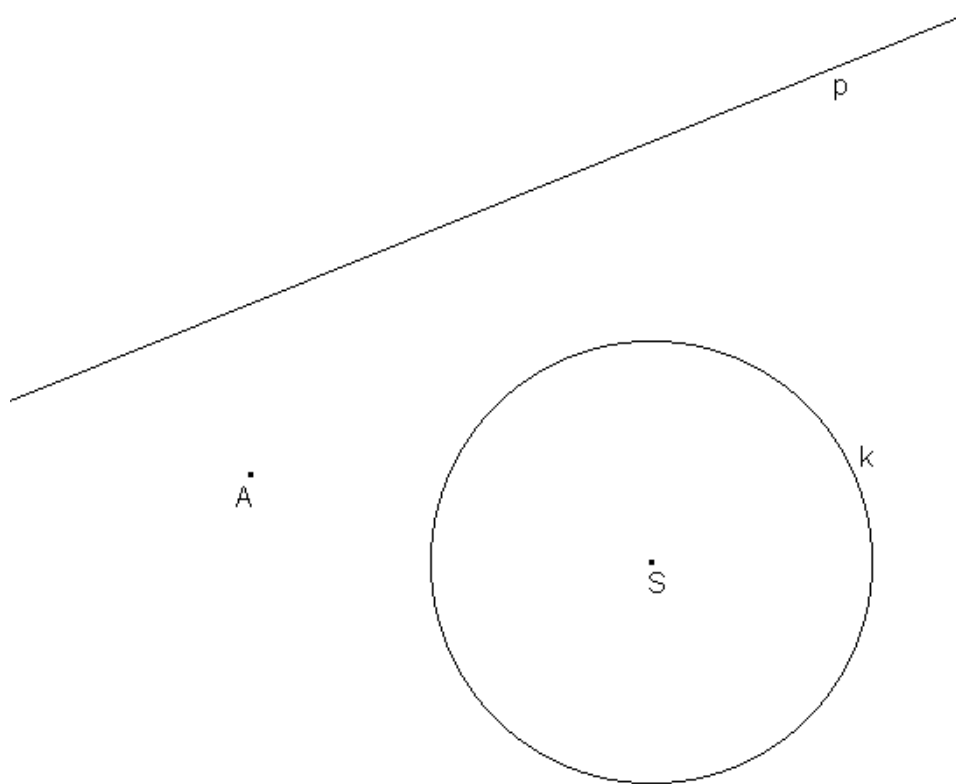


- 
3. Sestrojte společné tečny kružnic  $k_1$ ,  $k_2$  se středy  $O_1$ ,  $O_2$ , je-li dáno:  $r_1 = 4$  cm,  $r_2 = 1,5$  cm,  $|O_1O_2| = 8$  cm. Diskutujte různé možnosti polohy kružnic.

## 29 Užití podobných zobrazení – prověření znalostí (VY\_42\_INOVACE\_93)

1. Sestrojte obraz trojúhelníku ABC ve stejnolehlosti se středem v těžišti trojúhelníku a koeficientem  $k = -\frac{1}{2}$ . Diskutujte výsledek.
2. Sestrojte společné tečny dvou kružnic  $k_1, k_2$  se středy  $O_1, O_2$ , jestliže  $r_1 = 5$  cm,  $r_2 = 2$  cm,  $|O_1O_2| = 4$  cm.

3. Je dána přímka  $p$ , kružnice  $k$  a bod  $A$  (viz. obrázek). Sestrojte všechny úsečky  $XY$  tak, aby bod  $X$  náležel přímce  $p$ , bod  $X$  kružnici  $k$  a bod  $A$  dělil úsečku  $XY$  v poměru  $1 : 2$ .



## **30 Konstrukce vybraných Pappových úloh (VY\_42\_INOVACE\_94)**

1. Pokuste se užitím známých konstrukcí sestrojit podle zadání některé z Pappových úloh:

a) B a Bp

b) P a Bp

c) K a Bp



## 31 Konstrukce vybraných Apollóniových úloh (VY\_42\_INOVACE\_95)

1. Pokuste se užitím známých konstrukcí sestavit podle zadání některé z Apollóniových úloh:

a) BBB

b)  $p \perp k$ , kde přímka je tětivou alespoň jedné ze zadaných soustředných kružnic

- c) kkk, kde třetí kružnice protíná druhou, první a druhá jsou soustředné a poloměr první je menší než poloměr druhé

## 32 Konstrukční úlohy – souhrnné opakování

### (VY\_42\_INOVACE\_96)

1. Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno:  $|AB| = 6,6$  cm,  $|BC| = 3,7$  cm,  $|CA| = 4,8$  cm. Najděte polohu všech bodů roviny, které jsou stejně vzdáleny od přímek AC a AB a úsečka BC je z nich vidět pod úhlem  $90^\circ$ .
2. Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno:  $c = 5,6$  cm,  $v_c = 4,2$  cm,  $v_b = 5$  cm. Zapište postup konstrukce, diskutujte počet řešení.

- 
3. Jsou dány dvě protínající se kružnice  $k$ ,  $l$  o nestejném poloměru. Jedním jejich průsečíkem ved'te přímku tak, aby na ní kružnice  $k$ ,  $l$  vytínaly stejně dlouhé tětivy.
4. Z města  $X$  vycházejí dvě přímé cesty, které svírají ostrý úhel. Uvnitř něho leží město  $A$ . Na každé z cest má být umístěna zastávka autobusu tak, aby součet délek zamýšlených silnic spojujících město  $A$  s oběma zastávkami i obě zastávky navzájem byl nejmenší možný. Určete geometricky polohu zastávek a všech cest.
5. Je dána kružnice  $k$  se středem  $O$  a poloměrem  $r$  a v její vnější oblasti bod  $A$ . Najděte množinu středů všech úseček  $AB$ , kde bod  $B$  náleží zadané kružnici  $k$ .

## Literatura

### Knižní zdroje:

BOUCNÍK, P. *Odmaturuj! z matematiky 3: sbírka řešených příkladů*. 1. vyd. Brno: Didaktis, 2004. ISBN 80-735-8010-1.

BUŠEK, I. *Řešené maturitní úlohy z matematiky*. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-719-6140-X.

ČERMÁK, P., ČERVINKOVÁ P. *Odmaturuj! z matematiky*. 1. vyd. Brno: Didaktis, 2002. ISBN 80-862-8538-3.

HOZOVÁ L., HOZA K. a kol. *Konstrukční úlohy pro žáky a učitele ZŠ, studenty a profesory SŠ: 444 úloh*. 1. vyd. Praha: Sdružení podnikatelů HAV, 2004.

KOČÍ L., KOČÍ S. *Matematika 8. ročník 1 a 2. díl*. 1. vyd. Nový Malín: TV Graphics, 2009.

KOČÍ L., KOČÍ S. *Matematika pracovní sešit B, C pro 9. ročník*. 1. vyd. Nový Malín: TV Graphics, 1998.

PETÁKOVÁ, J. *Matematika: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-719-6099-3.

POMYKALOVÁ, E. *Matematika pro gymnázia: planimetrie*. 4. vyd. Praha: Prometheus, 2002. ISBN 80-7176-174-4.

SÝKORA, V. *Matematika: sbírka úloh pro společnou část maturitní zkoušky: základní obtížnost*. 1. vyd. Praha: Tauris, 2001. ISBN 80-211-0400-7.

### Internetové zdroje:

PATÁKOVÁ, E. „Apollóniový úlohy.“ [online]. [cit. 2012-20-05]. Dostupné z WWW: <http://geometrie.kma.zcu.cz/work/AU/uvod/uvod.html>